



2011年 理工学部 第2問

2 底面の円の半径が3 cm、高さが6 cmの直円錐を考える。直円錐の頂点をP、底面の円の中心をQとし、線分PQを2:1に内分する点をOとする。底面の円の円周を C_1 、Oを通り底面と平行な平面が直円錐と交わってできる円の円周を C_2 とする。2点A、Bがそれぞれ C_1 、 C_2 上を頂点Pから見て左回りに移動している。点Aの速さは 3π cm/秒、点Bの速さは π cm/秒であり、時刻 $t=0$ において、3点P、B、Aは一直線上にあるとする。

(1) Aの角速度は π ラジアン/秒であり、Bの角速度は $\frac{\text{サ}}{\text{シ}} \pi$ ラジアン/秒である。ただし、Aの角速度とは、動径QAが1秒間に回転する角の大きさのことであり、Bの角速度とは、動径OBが1秒間に回転する角の大きさのことである。

(2) 線分ABの長さを時刻 t の関数で表すと

$$\sqrt{\text{ス} - \text{セ} \cos \frac{\pi}{2} t} \text{ cm}$$

である。

(3) $\cos \angle AOB$ を時刻 t の関数で表すと

$$\frac{\text{ソ}}{\sqrt{\text{タ}}} \cos \frac{\pi}{2} t$$

である。

(4) 三角形AOBの面積を時刻 t の関数で表すと

$$\sqrt{\text{チ} - \text{ツ} \cos^2 \frac{\pi}{2} t} \text{ cm}^2$$

である。

(5) 3点A、O、Bを含む平面をSとする。Qを通り、Sと直交する直線を l とし、 l とSの交点をHとする。 $t = \frac{1}{3}$ のとき、線分QHの長さは

$$\frac{\text{テ}}{\text{ト}} \text{ cm}$$

である。