



2010年工学部第2問

2 表の出る確率が  $p$ 、裏の出る確率が  $1-p$  のコインがある。このコインを投げ、その結果により、駒が2点 A、B の間を移動し、ポイントを獲得することを繰り返す次のようなゲームを行う。

ルール a) 駒はゲームを始めるとき、点 A にいる。

ルール b) 駒はコイン投げで表が出ればそのときいる点にとどまり、裏が出ればもう一方の点に移動する。

ルール c)  $k$  回目のコイン投げの結果、駒が点 A にいるときは  $2^k$  ポイント新たに獲得し、点 B にいるときは 1 ポイント新たに獲得する。 ( $k = 1, 2, 3, \dots$ )

$n$  を自然数とし、 $n$  回コインを投げた結果、駒が点 A にいる確率を  $a_n$  とおく。以下の問いに答えよ。

(1)  $a_1$  を求めよ。さらに、 $a_{n+1}$  を  $a_n$  と  $p$  を用いて表せ。

(2)  $a_n$  を  $n$  と  $p$  を用いて表せ。

(3)  $k$  回目のコイン投げの結果により新たに獲得するポイントの期待値を  $E_k$  とおく。 $p = \frac{3}{4}$  のとき、 $\sum_{k=1}^n E_k$  を求めよ。