



2016年 医学部 第2問

2 原点を  $O$  とする座標平面上に、 $F(5, 0)$  を焦点の1つとし、直線  $l: y = kx$  と  $l': y = -kx$  とを漸近線にもつ双曲線  $C$  がある。ただし、 $k > 0$  とする。  $C$  上の点  $Q(a, b)$  を通り、2本の漸近線に平行な2直線のうち、傾きが正のものを  $m$ 、傾きが負のものを  $m'$  とする。  $l$  と  $m'$  との交点を  $P$ 、 $l'$  と  $m$  との交点を  $R$  とし、四角形  $OPQR$  の面積を  $S$  とおくと、以下の問いに答えよ。

- (1) 双曲線  $C$  の方程式を  $k$  を用いて表せ。
- (2) 点  $P$ 、 $R$  の座標を、 $a$ 、 $b$ 、 $k$  を用いて表せ。
- (3)  $S$  は点  $Q$  のとり方によらないことを証明せよ。
- (4)  $k$  が  $k > 0$  の範囲を動くとき、 $S$  の最大値とそのときの  $k$  の値を求めよ。