鹿児島大学

2010 年 教育学部 第 2 問

2 座標平面において，点 $\mathrm{C}\left(0,\ \frac{1}{2}\right)$ を中心とし，半径が $\frac{1}{2}$ の円を S とする．S 上に点 $\mathrm{N}(0,\ 1)$ をとり，$\overrightarrow{\mathrm{ON}} = \vec{n}$ とする．このとき，次の各問いに答えよ．ただし，O は原点を表すものとする．

(1) x 軸上に点 $\mathrm{P}(x,\ 0)$ をとり，直線 NP と円 S との交点のうち，N と異なるものを Q とする．$\overrightarrow{\mathrm{OP}} = \vec{p}$ とおき，$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{OQ}} = a\vec{p} + b\vec{n}$ の形で表したとき，a，b を x で表せ．

(2) x 軸上に 2 点 $\mathrm{P}_1(x_1,\ 0)$，$\mathrm{P}_2(x_2,\ 0)$ をとる．直線 NP_1 と円 S との交点のうち，N と異なるものを Q_1 とし，直線 NP_2 と円 S との交点のうち，N と異なるものを Q_2 とする．このとき，$x_1x_2 = -1$ が成り立っていれば

$$\overrightarrow{\mathrm{CQ}_1} + \overrightarrow{\mathrm{CQ}_2} = \vec{0}$$

が成立することを証明せよ．ただし，$\vec{0}$ は零ベクトルを表すものとする．