



2011年医(医)・理(数理・物理・地環)・工・歯第4問

4  $f(x)$  は数直線上の連続関数で、次の条件 (i) と (ii) をみたすものとする。

(i)  $f(x)$  は周期1の周期関数、すなわち、すべての  $x$  で  $f(x+1) = f(x)$  が成り立つ。

(ii)  $\int_0^1 f(x) dx = 0$

次の各問いに答えよ。

(1) 条件 (i) と (ii) をみたす恒等的に0でない連続関数  $f(x)$  の例を1つ挙げよ。

(2)  $F(x) = \int_0^x f(y) dy$  とおくと、 $F(x)$  も周期1の周期関数であることを示せ。

(3)  $n = 1, 2, 3, \dots$  に対して、 $\frac{d}{dx} F(nx)$  を  $f$  を用いて表せ。

(4) 数列  $\{a_n\}$  を

$$a_n = \int_0^1 x f(nx) dx \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

と定める。  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$  を示せ。