

早稲田大学

2015年 人間科学学部（理系） 第5問

5 曲線 $C: y = x^3$ 上に、次のようにして点 $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n, \dots$ をとる.

(i) P_1 は C 上の与えられた点とする.

(ii) P_n を通り、 P_n とは異なる点で C と接する直線が1つだけ存在するとき、その直線を l_n とし、 l_n と C との接点を P_{n+1} とする. もしこのような直線 l_n が存在しない場合には P_{n+1} は P_n と同一の点とする.

点 P_n の x 座標を x_n とするとき、次の問に答えよ.

(1) 直線 l_n が存在する場合 $x_{n+1} = \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}} x_n$ である.

(2) P_1 を原点とすると $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \boxed{\text{ニ}}$ である.

(3) P_1 を点 $(2, 8)$ とすると $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \boxed{\text{ヌ}}$ である.