鹿児島大学

2012 年 医 (医)·理 (数理·物理·地環)·工·歯 第 4 問

- 4 次の各問いに答えよ. ただし, e は自然対数の底とする.
- (1) n を自然数とする. x の関数 $f(x) = x^n e^{1-x}$ について, 0 < x < 1 ならば 0 < f(x) < 1 であることを示せ.
- (2) 自然数nに対して $I_n = \int_0^1 x^n e^{1-x} dx$ とおくとき、 I_1 を求めよ、さらに、 I_{n+1} と I_n の間に成り立つ関係式を求めよ。
- (3) (2) の I_n に対して $a_n = \frac{I_n}{n!}$ とおくとき, $\sum\limits_{k=2}^n \frac{1}{k!} = a_1 a_n$ であることを示せ.
- (4) $S_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k!}$ とおくとき、 $\lim_{n \to \infty} S_n = e 1$ であることを示せ.