



2014年工学部第3問

3 自然数 n に対して、座標平面上の点 P_n を次のように帰納的に定める。点 P_1 の座標を $(1, 1)$ とし、原点 O を中心として線分 OP_n を反時計回りに 90° 回転させてできる線分を OQ_n とし、線分 OQ_n の中点を P_{n+1} とする。このとき、次の問に答えよ。

- (1) 点 P_2, P_3, P_4, P_5 の座標を求めよ。
- (2) k を自然数とすると、点 P_{4k+1} の座標を k を用いて表せ。
- (3) 点 X_n を

$$\vec{OX}_n = \vec{OP}_1 + \vec{OP}_2 + \cdots + \vec{OP}_n$$

となるように定める。このとき、点 X_2, X_3, X_4, X_5 の座標を求めよ。また、線分 $OX_1, X_1X_2, X_2X_3, X_3X_4, X_4X_5$ を座標平面上に図示せよ。

- (4) k を自然数とすると、点 X_{4k} の座標を k を用いて表せ。