

2015年第5問

5 3次関数  $f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + c$  は  $x = 1$  で極小値  $f(1) = -6$  をとり、かつ  $f(-1) = 14$  である。このとき、定数  $a, b, c$  の値を求めよ。さらに、このグラフの概形を描け。

$$f(x) = 6x^2 + 2ax + b$$

$$x = 1 \text{ で極小値をとるので } f'(1) = 0 \quad \therefore 6 + 2a + b = 0 \quad \cdots \textcircled{1}$$

$$f(1) = 2 + a + b + c = -6 \quad \therefore a + b + c = -8 \quad \cdots \textcircled{2}$$

$$f(-1) = -2 + a - b + c = 14 \quad \therefore a - b + c = 16 \quad \cdots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{2} - \textcircled{3} \text{ より, } 2b = -24 \quad \therefore b = -12$$

$$\textcircled{1} \text{ に代入して, } 6 + 2a - 12 = 0 \quad \therefore a = 3$$

$$\textcircled{2} \text{ に代入して, } 3 - 12 + c = -8 \quad \therefore c = 1$$

以上より,  $a = 3, b = -12, c = 1$  //

$$\text{このとき, } f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1$$

$$\therefore f'(x) = 6(x+2)(x-1)$$

$\therefore$  増減表は右のようになるので

グラフは右のようになる。

$x$	...	-2	...	1	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$\nearrow$	21	$\searrow$	-6	$\nearrow$

