

2014年 人間科学学部 (理系) 第3問

3 直線 $4x+3y=48$, $3x-4y=0$ と y 軸のつくる三角形に内接する円の中心の座標は $\left(\frac{\text{キ}}{\text{ク}}, \frac{\text{ケ}}{\text{コ}} \right)$ である.

$$\begin{cases} 4x+3y=48 & \dots \textcircled{1} \\ 3x-4y=0 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \times 4 + \textcircled{2} \times 3 \text{ より } 25x = 192 \quad \therefore x = \frac{192}{25}, y = \frac{144}{25}$$

$$\therefore \text{三角形の面積は, } \frac{1}{2} \times 16 \times \frac{192}{25} = \frac{1536}{25}$$

$$A(0, 16), O(0, 0), B\left(\frac{192}{25}, \frac{144}{25}\right) \text{ とおくと}$$

$$OA = 16, OB = \sqrt{\left(\frac{192}{25}\right)^2 + \left(\frac{144}{25}\right)^2} = \frac{240}{25} = \frac{48}{5}, \therefore AB = \sqrt{OA^2 - OB^2} = \frac{64}{5}$$

\therefore 半径を r とおくと.

$$\frac{1}{2} \cdot r \cdot \left(16 + \frac{48}{5} + \frac{64}{5}\right) = \frac{1536}{25} \quad \therefore r = \frac{16}{5}$$

\therefore 中心は $\left(\frac{16}{5}, t\right)$ とおける ($t > 0$)

$$\therefore \frac{\left|\frac{48}{5} - 4t\right|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{16}{5} \quad \therefore \left|\frac{48}{5} - 4t\right| = 16$$

$$\therefore t > 0 \text{ より, } \frac{48}{5} - 4t = -16$$

$$\therefore 4t = \frac{128}{5}$$

$$\therefore t = \frac{32}{5}$$

$$\therefore \text{中心 } \left(\frac{16}{5}, \frac{32}{5}\right)$$

