

2012年薬学部以外(B日程)第2問


 数理  
石井K

2 放物線  $C_1: y = x^2 + 2ax + b$  は直線  $L: y = 3x$  と接し、放物線  $C_2: y = x^2 - ax + b$  は  $x$  軸と共有点をもつ。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 放物線  $C_1$  と直線  $L$  が接することを用いて、 $b$  を  $a$  の式で表せ。  
 (2)  $a$  のとりうる値の範囲を求めよ。  
 (3)  $a$  が (2) で求めた範囲の値をとるとき、 $b$  のとりうる値の範囲を求めよ。

(1)  $x^2 + 2ax + b - 3x = 0$  すなわち  $x^2 + (2a-3)x + b = 0$  が重解をもつので  

$$D = (2a-3)^2 - 4b = 0 \quad \therefore \underline{b = a^2 - 3a + \frac{9}{4}} //$$

(2)  $x^2 - ax + b = 0$  の判別式を  $D$  とおくと、

$$\begin{aligned} D &= a^2 - 4b \\ &= a^2 - (2a-3)^2 \quad (\because (1) \text{より}) \\ &= (3a-3)(-a+3) \\ &= -3(a-1)(a-3) \geq 0 \\ \therefore (a-1)(a-3) &\leq 0 \quad \therefore \underline{1 \leq a \leq 3} // \end{aligned}$$

(3) (1)より

$$b = \left(a - \frac{3}{2}\right)^2$$

$\therefore$  右のグラフより

$$\underline{0 \leq b \leq \frac{9}{4}} //$$

