

2013年理系1第6問

 数理
石井K

 6 関数 $f(x) = 2x^2 + 3x + 1$, $g(x) = x^2 + x + 2$ に対して,

$$h(x) = 2 \int_1^x f(t) dt - 3 \int_1^x g(t) dt$$

とおく.

$$(1) h(x) = \frac{1}{\boxed{\text{ケ}} \substack{3}} x^3 + \frac{\boxed{\text{コ}} \substack{3}}{\boxed{\text{サ}} \substack{2}} x^2 - 4x + \frac{\boxed{\text{シ}} \substack{1}}{\boxed{\text{セ}} \substack{6}} \frac{\boxed{\text{ス}} \substack{3}}{6} \text{である.}$$

$$(2) h(x) \text{ は } x = \boxed{\text{ソ}} \boxed{\text{タ}} \text{ で極大値 } \frac{\boxed{\text{チ}} \substack{125}}{\boxed{\text{ト}} \substack{6}} \text{ をとり, } x = \boxed{\text{ナ}} \text{ で極小値 } \frac{\boxed{\text{ニ}} \substack{0}}{0} \text{ をとる.}$$

$$(1) h'(x) = 2f(x) - 3g(x) \quad \leftarrow \text{与えられた式の両辺を } x \text{ で微分した}$$

$$= 2(2x^2 + 3x + 1) - 3(x^2 + x + 2)$$

$$= x^2 + 3x - 4$$

$$\therefore h(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 4x + C \quad (C \text{ は定数}) \text{ であるか}$$

$$h(1) = 0 \text{ を満たすので, } h(1) = C - \frac{13}{6} = 0 \quad \therefore C = \frac{13}{6}$$

$$\therefore h(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 4x + \frac{13}{6}$$

$$(2) (1) \text{ より, } h'(x) = (x+4)(x-1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = -4 \text{ で 極大値 } \frac{125}{6} \\ x = 1 \text{ で 極小値 } 0 \end{array} \right. \text{ をとる}$$

x	...	-4	...	1	...
$h'(x)$	+	0	-	0	+
$h(x)$	\nearrow	$\frac{125}{6}$	\downarrow	0	\nearrow

極大 極小