2014年 法（国際） 第3問

$\boxed{3}$ a を -1 でない実数とし，座標平面において，放物線

$$C : y=(x^2-2x+1)+a(x^2-5x+6)$$

を考える．

(1) C は，a の値によらず2点P($\boxed{\text{ソ}}$，$\boxed{\text{タ}}$)，Q($\boxed{\text{チ}}$，$\boxed{\text{ツ}}$)を必ず通る．ただし，$\boxed{\text{ソ}} < \boxed{\text{チ}}$ とする．

(2) 点Pにおける C の接線を ℓ，点Qにおける C の接線を ℓ' とする．ℓ と ℓ' の交点の座標は $\left(\dfrac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}},\ \dfrac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}a+\right.$ である．

(3) C の軸は $x=\dfrac{1}{2}\left(\boxed{\text{ネ}}+\dfrac{\boxed{\text{ノ}}}{a+\boxed{\text{ハ}}}\right)$ である．

(4) C が x 軸と異なる2点で交わるのは

$a<\boxed{\text{ヒ}}$ または $\boxed{\text{フ}}<a$ （ただし $a \neq -1$）

のときである．

(5) $a=\boxed{\text{フ}}$ のとき，C は点 $\left(\dfrac{\boxed{\text{ヘ}}}{\boxed{\text{ホ}}},\ 0\right)$ で x 軸と接する．

(6) C が x 軸と2点 $(\alpha,\ 0)$，$(\beta,\ 0)$（ただし $\alpha<\beta$）で交わるとき，$\beta-\alpha=\dfrac{2}{3}\sqrt{5}$ となるのは，$a=\boxed{\text{マ}}$ または $a=\dfrac{\boxed{\text{ミ}}}{\boxed{\text{ム}}}$ のときである．ただし，$\boxed{\text{マ}} < \dfrac{\boxed{\text{ミ}}}{\boxed{\text{ム}}}$ とする．$a=\boxed{\text{マ}}$ のとき，C と x 軸で囲まれた図形の面積は $\dfrac{\boxed{\text{メ}}}{\boxed{\text{モ}}}\sqrt{\boxed{\text{ヤ}}}$ である．