上智大学

2012 年 法（法），外国語（フランス・イスパニア・ロシア） 第 2 問

$\boxed{2}$ a，b を実数とし，C_1，C_2 をそれぞれ次の 2 次関数のグラフとする．

$$C_1 : y = x^2, \quad C_2 : y = -(x-a)^2 + 2a + b$$

(1) C_1 と C_2 が共有点をもつための条件を a と b で表すと

$$a^2 + \boxed{\text{タ}}\,a + \boxed{\text{チ}}\,b \leqq 0$$

となる．特に b のとりうる値の範囲は $b \geqq \boxed{\text{ツ}}$ であり，$b = \boxed{\text{ツ}}$ のとき C_1 と C_2 はただ 1 つの共有点 $\left(\boxed{\text{テ}},\ \boxed{\text{ト}}\right)$ をもつ．

(2) $b = 6$ とし，C_1 と C_2 は共有点をもつとすると，

$$\boxed{\text{ナ}} \leqq a \leqq \boxed{\text{ニ}}$$

である．このとき，C_1 と C_2 で囲まれた図形を D とすると，D の面積 S は

$$S = \frac{1}{3}\left(\boxed{\text{ヌ}}\,a^2 + \boxed{\text{ネ}}\,a + \boxed{\text{ノ}}\right)^{\frac{3}{2}}$$

と表される．$a = \boxed{\text{ハ}}$ のとき S は最大値 $\dfrac{\boxed{\text{ヒ}}}{\boxed{\text{フ}}}$ をとる．

(3) $a = \boxed{\text{ハ}}$，$b = 6$ とし，C_1 と C_2 で囲まれた図形を D_0 とする．点 $\mathrm{P}(x,\ y)$ が D_0 内を動くとき，$x + 2y$ の最大値は $\dfrac{\boxed{\text{ヘ}}}{\boxed{\text{ホ}}}$，最小値は $\dfrac{\boxed{\text{マ}}}{\boxed{\text{ミ}}}$ である．