



2014年法(国際)第3問

3  $a$  を  $-1$  でない実数とし、座標平面において、放物線

$$C: y = (x^2 - 2x + 1) + a(x^2 - 5x + 6)$$

を考える。

(1)  $C$  は、 $a$  の値によらず2点  $P(\square{\text{ソ}}, \square{\text{タ}})$ ,  $Q(\square{\text{チ}}, \square{\text{ツ}})$  を必ず通る。ただし、 $\square{\text{ソ}} < \square{\text{チ}}$  とする。

(2) 点  $P$  における  $C$  の接線を  $l$ , 点  $Q$  における  $C$  の接線を  $l'$  とする。 $l$  と  $l'$  の交点の座標は  $\left(\frac{\square{\text{テ}}}{\square{\text{ト}}}, \frac{\square{\text{ナ}}}{\square{\text{ニ}}}\right) a$  である。

(3)  $C$  の軸は  $x = \frac{1}{2} \left( \square{\text{ネ}} + \frac{\square{\text{ノ}}}{a + \square{\text{ハ}}} \right)$  である。

(4)  $C$  が  $x$  軸と異なる2点で交わるのは  
 $a < \square{\text{ヒ}}$  または  $\square{\text{フ}} < a$  (ただし  $a \neq -1$ )  
 のときである。

(5)  $a = \square{\text{フ}}$  のとき、 $C$  は点  $\left(\frac{\square{\text{ヘ}}}{\square{\text{ホ}}}, 0\right)$  で  $x$  軸と接する。

(6)  $C$  が  $x$  軸と2点  $(\alpha, 0)$ ,  $(\beta, 0)$  (ただし  $\alpha < \beta$ ) で交わる時、 $\beta - \alpha = \frac{2}{3}\sqrt{5}$  となるのは、 $a = \square{\text{マ}}$   
 または  $a = \frac{\square{\text{ミ}}}{\square{\text{ム}}}$  のときである。ただし、 $\square{\text{マ}} < \frac{\square{\text{ミ}}}{\square{\text{ム}}}$  とする。 $a = \square{\text{マ}}$  のとき、 $C$  と  $x$   
 軸で囲まれた図形の面積は  $\frac{\square{\text{メ}}}{\square{\text{モ}}}\sqrt{\square{\text{ヤ}}}$  である。