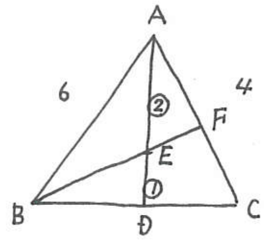
上智大学

2014年 総合（看護） 第2問

数理 石井K

2 $\angle A$が鋭角で $AB=6$, $AC=4$ の $\triangle ABC$がある．$\angle A$の二等分線と直線 BC の交点を D，線分 AD を $2:1$に内分する点を E とし，直線 BE と直線 AC の交点を F とする．



(1) 面積比 $\triangle ABE:\triangle ABC$ を最も簡単な整数比で表すと，

$\triangle ABE:\triangle ABC=$ コ 2 : サ 5

である．

(2) 線分比 $AF:FC$ を最も簡単な整数比で表すと，

$AF:FC=$ シ 6 : ス 5

である．

(3) $\triangle ABE$の面積が $\frac{8}{5}\sqrt{5}$ であるとき，$\sin\angle BAC=\frac{\sqrt{セ}}{ソ}$ 5 3，$BC=$ タ $\sqrt{チ}$ 2 5，$\sin\angle ABC=\frac{ツ}{テ}$ 2 3 である．

また，$\triangle ABC$の外接円の半径は ト 3 であり，内接円の半径は $\sqrt{ナ}-$ ニ 5 1 である．

(1) $BD:DC=6:4=3:2$

$\therefore \triangle ABE=\frac{3}{5}\times\frac{2}{3}\times\triangle ABC$

$\therefore \triangle ABE:\triangle ABC=\underline{2:5}$ //

(2) メネラウスの定理より．

$\frac{AF}{FC}\cdot\frac{5}{3}\cdot\frac{1}{2}=1$　$\therefore AF=\frac{6}{5}FC$　$\therefore \underline{AF:FC=6:5}$ //

(3) $\triangle ABC$の面積を S とおくと．(1)より．$\frac{2}{5}S=\frac{8}{5}\sqrt{5}$　$\therefore S=4\sqrt{5}$

$\therefore \frac{1}{2}\cdot 6\cdot 4\cdot\sin\angle BAC=4\sqrt{5}$　$\therefore \underline{\sin\angle BAC=\frac{\sqrt{5}}{3}}$ //

$\therefore \angle BAC$: 鋭角より．$\cos\angle BAC=\sqrt{1-\left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^2}=\frac{2}{3}$

余弦定理より．$BC^2=6^2+4^2-2\cdot 6\cdot 4\cdot\frac{2}{3}$　$\therefore BC^2=20$　$\therefore \underline{BC=2\sqrt{5}}$ //

正弦定理より．$\frac{2\sqrt{5}}{\frac{\sqrt{5}}{3}}=\frac{4}{\sin\angle ABC}=2R$　$\therefore \underline{\sin\angle ABC=\frac{2}{3}}$ //

また，$\underline{R=3}$ //　内接円の半径を r とすると．$S=\frac{1}{2}(6+4+2\sqrt{5})r$

$\therefore 8\sqrt{5}=(10+2\sqrt{5})r$　$\therefore r=\frac{4\sqrt{5}}{5+\sqrt{5}}=\frac{4\sqrt{5}(5-\sqrt{5})}{20}=\underline{\sqrt{5}-1}$ //