



2015年 経済（経済），総合（教育，心理）第3問

3 a を実数とすると、座標平面において、円 $C: x^2 + y^2 = 20$ および円 $C_a: x^2 + y^2 + a(x + 3y - 10) = 20$ を考える。

- (1) どのような a の値に対しても、 C_a は2点 $P(\text{モ}, \text{ヤ})$, $Q(\text{ユ}, \text{ヨ})$ を必ず通る。ただし、 $\text{モ} < \text{ユ}$ とする。
- (2) C_a の中心の座標は $\left(\frac{\text{ラ}}{\text{リ}} a, \frac{\text{ル}}{\text{レ}} a \right)$ であり、 C_a の半径を r とすると、 $r^2 = \frac{\text{ロ}}{\text{ワ}} (a^2 + \text{ヲ} a + \text{ン})$ である。
- (3) C_a の半径 r が最小となるのは、 $a = \text{あ}$ のときである。
- (4) C の周および内部の領域を D , C_a の周および内部の領域を D_a とする。 $a = \text{あ}$ のとき D と D_a の共通部分の面積は $\text{い} \pi + \text{う}$ である。
- (5) x 座標と y 座標がともに整数の点を格子点とよぶ。 D と D_a の共通部分に含まれる格子点の数を $n(a)$ で表す。
- (i) $a = -4$ のとき、 $n(a) = \text{え}$ である。
- (ii) $n(a)$ が最小値 お をとるための必要十分条件は、 $a < \text{か}$ である。
- (iii) $12 \leq n(a) < 14$ となる必要十分条件は、 $\text{き} \leq a < \text{く}$ である。