



2011年第2問

2 a を実数とし, 2つの放物線

$$C: y = -x^2 + 4, \quad C_a: y = (x - a)^2 + a$$

を考える.

(1) C と C_a が異なる 2 点で交わるための条件は,

$$-a^2 + \boxed{\text{サ}} a + \boxed{\text{シ}} > 0$$

であり, したがって

$$\boxed{\text{ス}} < a < \boxed{\text{セ}}$$

である. このとき

$$b = \sqrt{-a^2 + \boxed{\text{サ}} a + \boxed{\text{シ}}}$$

とおくと, (a, b) は中心が $(\boxed{\text{ソ}}, \boxed{\text{タ}})$ で, 半径が $\boxed{\text{チ}}$ の円周上にある.

(2) $\boxed{\text{ス}} < a < \boxed{\text{セ}}$ のとき, C と C_a との交点の x 座標を α, β ($\alpha < \beta$) とすると,

$$\alpha + \beta = \boxed{\text{ツ}} a + \boxed{\text{テ}}$$

$$2\alpha\beta = \boxed{\text{ト}} a^2 + \boxed{\text{ナ}} a + \boxed{\text{ニ}}$$

$$\beta - \alpha = \boxed{\text{ヌ}} b + \boxed{\text{ネ}}$$

である.

(3) C と C_a により囲まれた図形の面積は, $a = \boxed{\text{ノ}}$ のときに最大値 $\boxed{\text{ハ}}$ をとる.