



2013年 第3問

3  $\theta$  は  $0 \leq \theta \leq \pi$  をみたす実数とする.  $xyz$  空間内の平面  $z = 0$  上に 2 点

$$P_\theta(\cos \theta, \sin \theta, 0), \quad Q_\theta(2 \cos \theta, 2 \sin \theta, 0)$$

をとり,  $\theta$  を  $0 \leq \theta \leq \pi$  の範囲で動かすとき, 線分  $P_\theta Q_\theta$  が通過する部分を  $D$  とする. 空間内の  $z \geq 0$  の部分において, 底面が  $D$ ,  $P_\theta Q_\theta$  上の各点での高さが  $\frac{2}{\pi} \theta$  の立体  $K$  を考える. 半球  $B: x^2 + y^2 + z^2 \leq 2^2, z \geq 0$  と  $K$  の共通部分を  $L$  とするとき, 次の問いに答えよ.

- (1)  $B$  を平面  $z = t$  ( $0 \leq t < 2$ ) で切った切り口の円の半径を  $t$  を用いて表せ.
- (2)  $L$  の体積を求めよ.