



2013年 第3問

3 θ は $0 \leq \theta \leq \pi$ をみたす実数とする. xyz 空間内の平面 $z = 0$ 上に 2 点

$$P_\theta(\cos \theta, \sin \theta, 0), \quad Q_\theta(2\cos \theta, 2\sin \theta, 0)$$

をとり, θ を $0 \leq \theta \leq \pi$ の範囲で動かすとき, 線分 $P_\theta Q_\theta$ が通過する部分を D とする. 空間内の $z \geq 0$ の部分において, 底面が D , $P_\theta Q_\theta$ 上の各点での高さが $\frac{2}{\pi}\theta$ の立体 K を考える. 半球 $B: x^2 + y^2 + z^2 \leq 2^2, z \geq 0$ と K の共通部分を L とするとき, 次の問いに答えよ.

- (1) B を平面 $z = t$ ($0 \leq t < 2$) で切った切り口の円の半径を t を用いて表せ.
- (2) L の体積を求めよ.