埼玉大学

2016年 理学部 第4問

$\boxed{4}$ 四面体OABCにおいて，$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}} = \vec{c}$ とし，頂点Oから△ABCを含む平面に下ろした垂線の足をHとする．また，四面体OABCは

$$\left|\vec{a}\right| = \left|\vec{b}\right| = \left|\vec{c}\right| = 1, \quad \angle\mathrm{AOB} = \angle\mathrm{BOC} = \frac{\pi}{3}$$

を満たすものとし，$\angle\mathrm{AOC} = \theta \ \left(0 < \theta < \dfrac{2}{3}\pi\right)$ とする．次の問いに答えよ．

(1) 内積 $\overrightarrow{\mathrm{BA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{BC}}$ を求めよ．

(2) △ABCの面積を求めよ．

(3) $\overrightarrow{\mathrm{OH}} = s\vec{a} + t\vec{b} + u\vec{c}$ を満たす s，t，u を求めよ．

(4) $\left|\overrightarrow{\mathrm{OH}}\right|$ を求めよ．

(5) $0 < \theta < \dfrac{2}{3}\pi$ のとき，四面体OABCの体積の最大値を求めよ．