



2015年理系第1問

1 次の問いに答えなさい。

(1) ベクトル \vec{a} , \vec{b} が, $\vec{a} \cdot \vec{a} = 4$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = -5$, $\vec{b} \cdot \vec{b} = 9$ を満たすとき,

$$\left| |\vec{b}| \vec{a} + |\vec{a}| \vec{b} \right|^2$$

$$\downarrow |\vec{a}|^2 = 4$$

$$\downarrow |\vec{b}|^2 = 9$$

$$|\vec{a}| = 2$$

$$|\vec{b}| = 3$$

の値を求めなさい。

(2) 直線 $y = kx - k^2$ が k の値によらず放物線 $y = ax^2$ に接するとき, a の値を求めなさい。(3) 曲線 $y = (1 - \sqrt{x})^2$ と x 軸および y 軸で囲まれた図形の面積を求めなさい。

$$(1) (\text{与式}) = |\vec{b}|^2 |\vec{a}|^2 + 2 |\vec{a}| |\vec{b}| \vec{a} \cdot \vec{b} + |\vec{a}|^2 |\vec{b}|^2$$

$$= 4 \cdot 9 + 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot (-5) + 4 \cdot 9$$

$$= \underline{\underline{12}}$$

(2) $ax^2 - kx + k^2 = 0$ が k の値によらず重解をもつということなので判別式を D とすると。

$$D = k^2 - 4ak^2 = k^2(1 - 4a) = 0 \quad \therefore \underline{\underline{a = \frac{1}{4}}}$$

(3) $y = 0$ となるのは $x = 1$ のときのみ

$$\therefore S = \int_0^1 (1 - \sqrt{x})^2 dx$$

$$= \int_0^1 x - 2\sqrt{x} + 1 dx$$

$$= \left[\frac{x^2}{2} - \frac{4}{3} x^{\frac{3}{2}} + x \right]_0^1$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{4}{3} + 1$$

$$= \underline{\underline{\frac{1}{6}}}$$

