

2013年学芸（国際関係）第3問



3 曲線 $y = -x^2 + 1$ を C_1 とし、曲線 $y = 2|x(1-x)|$ を C_2 とする。

- (1) C_1 と C_2 の交点の座標をすべて求めよ。
 (2) C_1 と C_2 で囲まれた図形の面積を求めよ。

(1) $-x^2 + 1 - 2|x(1-x)| = 0$ を考えよ。

(i) $0 \leq x \leq 1$ のとき。

$$-x^2 + 1 - 2x + 2x^2 = 0 \quad \therefore (x-1)^2 = 0 \text{ より } x = 1$$

(ii) $x < 0$ または $x > 1$ のとき。

$$-x^2 + 1 + 2x - 2x^2 = 0 \quad (3x+1)(x-1) = 0 \text{ より } x = -\frac{1}{3}$$

(i), (ii) より 交点 は $(1, 0), (-\frac{1}{3}, \frac{8}{9})$

(2) 図より。

$$\begin{aligned}
 S &= \int_{-\frac{1}{3}}^0 (-x^2 + 1 - 2x(x-1)) dx \\
 &+ \int_0^1 (-x^2 + 1 - 2x(1-x)) dx \\
 &= \int_{-\frac{1}{3}}^0 (-3x^2 + 2x + 1) dx + \int_0^1 (x-1)^2 dx \\
 &= \left[-x^3 + x^2 + x \right]_{-\frac{1}{3}}^0 + \left[\frac{1}{3}(x-1)^3 \right]_0^1 \\
 &= -\frac{1}{27} - \frac{1}{9} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \\
 &= \frac{14}{27} //
 \end{aligned}$$

