

2014年第18問


 数理  
石井K

18 3つの空間ベクトル  $\vec{a} = (2, 1, -2)$ ,  $\vec{b} = (3, 4, 0)$ ,  $\vec{c} = (x, y, z)$  について考える.  $\vec{c}$  は  $\vec{a}$  と  $\vec{b}$  の両方に垂直であり,  $|\vec{c}| = 2\sqrt{5}$  となる.  $|z|$  の値を求めよ.

$$\vec{a} \perp \vec{c} \text{ より } \vec{a} \cdot \vec{c} = 2x + y - 2z = 0 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$\vec{b} \perp \vec{c} \text{ より } \vec{b} \cdot \vec{c} = 3x + 4y = 0 \quad \dots \textcircled{2}$$

$$|\vec{c}| = 2\sqrt{5} \text{ より } x^2 + y^2 + z^2 = 20 \quad \dots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{2} \text{ より } y = -\frac{3}{4}x, \quad \textcircled{1} \text{ より } 2x - \frac{3}{4}x = 2z$$

$$\therefore z = \frac{5}{8}x$$

$$\therefore \textcircled{3} \text{ に代入して } x^2 + \frac{9}{16}x^2 + \frac{25}{64}x^2 = 20$$

$$\therefore \frac{125}{64}x^2 = 20 \quad \therefore x^2 = \frac{1280}{125}$$

$$x = \pm \frac{8\sqrt{20}}{5\sqrt{5}}$$

$$\therefore x = \pm \frac{16}{5}$$

$$z = \frac{5}{8}x = \pm 2$$

$$\therefore |z| = 2$$