会津大学

2015年 コンピュータ理工 第1問　1枚目/2枚

数理 石井K

$\boxed{1}$ 次の空欄をうめよ．

(1) 次の積分を求めよ．

(i) $\int_0^1 \log(2x+1)\,dx = \boxed{イ}$　$\frac{3}{2}\log 3 - 1$

(ii) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^3 x\,dx = \boxed{ロ}$　$\frac{2}{3}$

(iii) $\int_0^{\pi} |\sin 2x|\,dx = \boxed{ハ}$　2

(2) 次の極限を求めよ．

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{1\cdot 3}+\frac{1}{2\cdot 4}+\frac{1}{3\cdot 5}+\cdots+\frac{1}{n(n+2)}\right) = \boxed{ニ}\quad \frac{3}{4}$$

(3) 方程式 $\log_2(x-10) = 3 + \log_2 \frac{3}{x}$ の解は $x = \boxed{ホ}$ である．　12

(4) $0 \leqq x < 2\pi$ において，$-\sin x + \sqrt{3}\cos x$ は $x = \boxed{へ}$ のとき，最大値 $\boxed{ト}$ をとる．　$\frac{11}{6}\pi$　2

(5) 以下の文章に「必要条件である」,「十分条件である」,「必要十分条件である」,「必要条件でも十分条件でもない」のうち最も適するものを入れよ．ただし，n は自然数とする．

(i) n が 6 の倍数であることは，n が 3 の倍数であるための $\boxed{チ}$．　十分条件である

(ii) n が奇数であることは，n^2 が奇数であるための $\boxed{リ}$．　必要十分条件である

(1)(i)

$$(与式) = \frac{1}{2}\int_0^1 (2x+1)'\log(2x+1)\,dx$$
$$= \frac{1}{2}\Big[(2x+1)\log(2x+1)\Big]_0^1 - \frac{1}{2}\int_0^1 2\,dx$$
$$= \underline{\frac{3}{2}\log 3 - 1}_{\,//}$$

(ii) $t = \sin x$ とおいて置換積分する

$$\begin{array}{c|c} x & 0 \to \frac{\pi}{2} \\ \hline t & 0 \to 1 \end{array}$$

$dt = \cos x\,dx$

$$(与式) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1-\sin^2 x)\cos x\,dx$$
$$= \int_0^1 1 - t^2\,dt$$
$$= \left[t - \frac{t^3}{3}\right]_0^1 = \underline{\frac{2}{3}}_{\,//}$$

(1)の(iii)　$0 \leqq x \leqq \frac{\pi}{2}$ において，$\sin 2x \geqq 0$，$\frac{\pi}{2} \leqq x \leqq \pi$ において，$\sin 2x \leqq 0$ であるから

$$(与式) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x\,dx + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} -\sin 2x\,dx$$
$$= \left[-\frac{1}{2}\cos 2x\right]_0^{\frac{\pi}{2}} + \left[\frac{1}{2}\cos 2x\right]_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}$$
$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$
$$= \underline{2}_{\,//}$$

(2) $$(与式) = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{2}\left(1 - \cancel{\frac{1}{3}} + \frac{1}{2} - \cancel{\frac{1}{4}} + \cancel{\frac{1}{3}} - \cancel{\frac{1}{5}} + \cancel{\frac{1}{4}} - \cancel{\frac{1}{6}} + \cdots + \cancel{\frac{1}{n-1}} - \frac{1}{n+1} + \cancel{\frac{1}{n}} - \frac{1}{n+2}\right)$$
$$= \lim_{n\to\infty} \frac{1}{2}\left(\frac{3}{2} - \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2}\right)$$
$$= \underline{\frac{3}{4}}_{\,//}$$

(3) 真数条件より，$x > 10$ …①

$$\log_2(x-10) = \log_2 \frac{24}{x} \qquad \therefore\ x - 10 = \frac{24}{x}$$

$$\therefore\ x^2 - 10x - 24 = 0 \qquad \therefore\ (x-12)(x+2) = 0 \qquad ①より\ \underline{x = 12}_{\,//}$$

2015年 コンピュータ理工 第1問　2枚目／2枚

数理 石井K

$\boxed{1}$ 次の空欄をうめよ.

(1) 次の積分を求めよ.

(i) $\displaystyle\int_0^1 \log(2x+1)\,dx = \boxed{\text{イ}}$

(ii) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^3 x\,dx = \boxed{\text{ロ}}$

(iii) $\displaystyle\int_0^{\pi} |\sin 2x|\,dx = \boxed{\text{ハ}}$

(2) 次の極限を求めよ.

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{1\cdot 3}+\frac{1}{2\cdot 4}+\frac{1}{3\cdot 5}+\cdots+\frac{1}{n(n+2)}\right)=\boxed{\text{ニ}}$$

(3) 方程式 $\log_2(x-10)=3+\log_2\dfrac{3}{x}$ の解は $x=\boxed{\text{ホ}}$ である.

(4) $0 \leqq x < 2\pi$ において, $-\sin x+\sqrt{3}\cos x$ は $x=\boxed{\text{ヘ}}$ のとき, 最大値 $\boxed{\text{ト}}$ をとる.

(5) 以下の文章に「必要条件である」,「十分条件である」,「必要十分条件である」,「必要条件でも十分条件でもない」のうち最も適するものを入れよ. ただし, n は自然数とする.

(i) n が6の倍数であることは, n が3の倍数であるための $\boxed{\text{チ}}$.

(ii) n が奇数であることは, n^2 が奇数であるための $\boxed{\text{リ}}$.

(4) $y=-\sin x+\sqrt{3}\cos x$ とおくと.

$y=2\left(\sin x\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)+\cos x\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

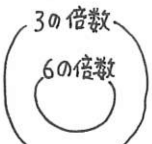
$=2\sin\left(x+\frac{2}{3}\pi\right)$

$\frac{2}{3}\pi \leqq x+\frac{2}{3}\pi < \frac{8}{3}\pi$ より.

$\underline{x=\frac{11}{6}\pi \text{ のとき. 最大値 } 2}$ //

(5)

(i)



∴ $\underline{\text{十分条件}}$ //

(ii) $(2k-1)^2 = 4k^2-4k+1$

$= 2(2k^2-2k)+1$ (奇数)

$(2k)^2 = 2\cdot 2k^2$ (偶数)

∴ n が奇数 $\Longleftrightarrow$ n^2 が奇数 , n が偶数 $\Longleftrightarrow$ n^2 が偶数

∴ $\underline{\text{必要十分条件}}$ //