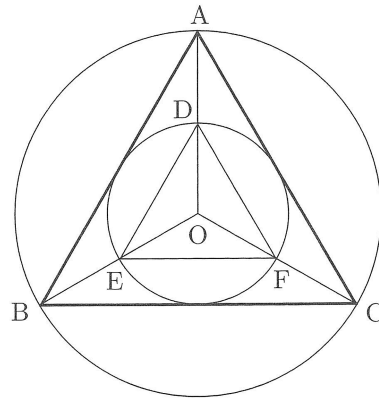


2014年 第4問

4 以下の問いに答えなさい。

下図のように、外接円と内接円の中心が同一となる  $\triangle ABC$  を考える。この中心を  $O$  とし、 $OA$ ,  $OB$ ,  $OC$  と  $\triangle ABC$  の内接円との交点をそれぞれ  $D$ ,  $E$ ,  $F$  とする。このとき、 $\triangle ABC$  の内接円は  $\triangle DEF$  の外接円にあたる。すなわち、 $\triangle ABC$  の内心が  $\triangle DEF$  の外心となっている。



- (1)  $\triangle ABC$  および  $\triangle DEF$  がいずれも正三角形であることを示しなさい。
- (2)  $\triangle ABC$  の外接円の半径  $OA$  と  $\triangle DEF$  の外接円の半径  $OD$  との長さの比を求めなさい。
- (3) ここで、改めて、 $\triangle ABC$  を  $(\triangle ABC)_1$ ,  $\triangle DEF$  を  $(\triangle ABC)_2$  のように表し、一辺の長さが  $a$  である  $(\triangle ABC)_1$  の内接円をもとに  $(\triangle ABC)_2$  を描き、この  $(\triangle ABC)_2$  の内接円をもとに  $(\triangle ABC)_3$  を描くということを繰り返していく。このようにして、 $(\triangle ABC)_n$  を描いたとき、 $(\triangle ABC)_n$  の一辺の長さを  $a$  を用いて表しなさい。