

2012年文系第6問


 数理
石井K

6 次の漸化式で定義される数列 a_n ($n = 1, 2, \dots$) について、次の問いに答えよ。

$$a_1 = 0, \quad a_2 = 1, \quad a_{n+2} - 5a_{n+1} + 6a_n = 0$$

- (1) 数列 b_n, c_n を $b_n = a_{n+1} - 2a_n, c_n = a_{n+1} - 3a_n$ と定義するとき、 b_n, c_n の満たす漸化式を求めよ。
 (2) 数列 b_n, c_n の一般項を求めよ。
 (3) 数列 a_n の一般項を求めよ。

$$(1) \quad a_{n+2} - 2a_{n+1} = 3(a_{n+1} - 2a_n) \text{ より, } \underline{b_{n+1} = 3b_n} //$$

$$a_{n+2} - 3a_{n+1} = 2(a_{n+1} - 3a_n) \text{ より, } \underline{c_{n+1} = 2c_n} //$$

(2) (1) より、 $\{b_n\}$ は初項 $b_1 = a_2 - 2a_1 = 1$ 、公比 3 の等比数列

$$\therefore \underline{b_n = 3^{n-1}} //$$

$\{c_n\}$ は初項 $c_1 = a_2 - 3a_1 = 1$ 、公比 2 の等比数列 $\therefore \underline{c_n = 2^{n-1}} //$

$$(3) (2) \text{ より, } \begin{cases} a_{n+1} - 2a_n = 3^{n-1} \dots \textcircled{1} \\ a_{n+1} - 3a_n = 2^{n-1} \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \text{ より, } \underline{a_n = 3^{n-1} - 2^{n-1}} //$$