

2016年 医学部 第24問

 数理  
石井K

 24 曲線  $y = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{4x}$  ( $1 \leq x \leq 2$ ) の長さを  $L$  とする。  $\frac{72}{59}L$  の値を求めよ。

$$\frac{dy}{dx} = x^2 - \frac{1}{4x^2}$$

$$\therefore L = \int_1^2 \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx$$

$$= \int_1^2 \sqrt{1 + \left(x^2 - \frac{1}{4x^2}\right)^2} dx$$

$$= \int_1^2 \sqrt{x^4 + \frac{1}{16x^4} + \frac{1}{2}} dx$$

$$= \int_1^2 \sqrt{\left(x^2 + \frac{1}{4x^2}\right)^2} dx$$

$$= \int_1^2 \left(x^2 + \frac{1}{4x^2}\right) dx$$

$$= \left[ \frac{x^3}{3} - \frac{1}{4x} \right]_1^2$$

$$= \frac{8}{3} - \frac{1}{8} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$$

$$= \frac{59}{24}$$

$$\therefore \frac{72}{59}L = \frac{72}{59} \cdot \frac{59}{24}$$

$$= \underline{\underline{3}}$$