

2014年 商学部 第5問

5 2つの曲線 $K_1: y = \sin x$ と $K_2: y = -\cos x + a$ について、次の問いに答えよ。ただし、 a は実数とし、 $0 \leq x \leq \pi$ とする。

- (1) K_1 と K_2 が接するとき、接点の座標と a の値を求めよ。
 (2) (1) で求めた a に対して、 y 軸と K_1 , K_2 とで囲まれた部分の面積を求めよ。

(1) 接点の x 座標を α とおくと、($0 \leq \alpha \leq \pi$)

$$\sin \alpha = -\cos \alpha + a \quad \dots \textcircled{1}$$

かつ、 $\cos \alpha = \sin \alpha \quad \dots \textcircled{2}$ (微分係数が等しいことから)

$\textcircled{2}$ より、 $\alpha = \frac{\pi}{4}$

$\textcircled{1}$ に代入して $a = \sqrt{2}$ 〃 このとき接点は $(\frac{\pi}{4}, \frac{\sqrt{2}}{2})$

$$\begin{aligned} (2) & \int_0^{\frac{\pi}{4}} (-\cos x + a - \sin x) dx \\ & = \left[-\sin x + \sqrt{2}x + \cos x \right]_0^{\frac{\pi}{4}} \\ & = -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{4}\pi + \frac{\sqrt{2}}{2} - (0 + 0 + 1) \\ & = \frac{\sqrt{2}}{4}\pi - 1 \end{aligned}$$

