



2012年人文社会科学第1問

1 座標平面上に3点  $O(0, 0)$ ,  $P_1(\sqrt{3}, 1)$ ,  $P_2(\sqrt{3}, 0)$  をとる. 点  $P_2$  から線分  $OP_1$  に引いた垂線と線分  $OP_1$  との交点を  $P_3$  とする. 次に, 点  $P_3$  から線分  $OP_2$  に引いた垂線と線分  $OP_2$  との交点を  $P_4$  とする. この操作を繰り返すことにより, 点  $P_n$  を定める. すなわち, 点  $P_{n-1}$  から  $OP_{n-2}$  に引いた垂線と線分  $OP_{n-2}$  との交点を  $P_n$  とする. このとき, 以下の問いに答えよ.

- (1) 三つの線分  $P_1P_2$ ,  $P_2P_3$ ,  $P_3P_4$  の長さをそれぞれ求めよ.
- (2) 線分  $P_nP_{n+1}$  の長さを  $n$  を用いて表せ.
- (3) 三つの三角形  $OP_1P_2$ ,  $OP_2P_3$ ,  $OP_3P_4$  の面積をそれぞれ求めよ.
- (4) 三角形  $OP_nP_{n+1}$  の面積を  $n$  を用いて表せ.
- (5) 三角形  $OP_nP_{n+1}$  の面積を  $a_n$  とおき,

$$S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$$

と定義する.  $S_n$  は  $2\sqrt{3}$  以上にならないことを証明せよ.