



2010年工学部第5問

5 点  $O$  を原点とする座標平面上の点  $P_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) の座標を  $(x_n, y_n)$  とする. 行列  $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$  で表される移動により, 点  $P_n$  が点  $P_{n+1}$  に移るとき, 次の問いに答えよ.

- (1) 点  $P_{n+1}$  の座標を,  $x_n, y_n$  を用いて表せ.
- (2)  $(x_1, y_1) = (2, 1)$  とする. すべての  $n = 1, 2, 3, \dots$  に対して,

$$(x_n, y_n) = \left( 2 \sin \frac{n\pi}{2}, \sin \frac{n\pi}{2} + \cos \frac{n\pi}{2} \right)$$

が成り立つことを, 数学的帰納法を用いて証明せよ.