0002226453777999

岩手大学

2016年 教育学部 第5問

数理 石井K

$\boxed{5}$ aを定数とし，曲線 $y=e^x-a(x-2)$ を C とする．曲線 C と x 軸が接しているとき，次の問いに答えよ．

(1) 曲線 C と x 軸の接点の x 座標，および定数 a の値を求めよ．

(2) 曲線 C と x 軸および y 軸で囲まれた部分を x 軸の周りに1回転してできる回転体の体積を求めよ．

(1) $y'=e^x-a$

∴ $y'=0$ となるのは $a>0$ かつ $x=\log a$ のとき

$a\leqq 0$ のときは，$y'>0$ となり，C は単調増加の関数のグラフとなり，x 軸と接することはない ∴不適．

∴右の増減表より極小値は

x	$\cdots$	$\log a$	$\cdots$
y'	$-$	0	$+$
y	↘		↗

極小

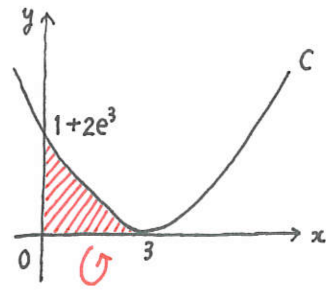
$$e^{\log a}-a(\log a-2)=a(3-\log a)$$

C と x 軸が接するので，$a(3-\log a)=0$

$\log a$ に $a=e^3$ を代入する

$a>0$ より，$\log a=3$ ∴ $\underline{a=e^3\text{，接点の}x\text{座標は}3}$ //

(2) $V=\pi\int_0^3\{e^x-e^3(x-2)\}^2\,dx$



$$=\pi\int_0^3 e^{2x}-2e^{x+3}(x-2)+e^6(x-2)^2\ \ dx$$

$$=\pi\int_0^3 e^{2x}\,dx-2\pi\int_0^3(e^{x+3})'(x-2)\,dx+\pi e^6\int_0^3(x-2)^2dx$$

$$=\pi\left[\frac{1}{2}e^{2x}\right]_0^3-2\pi\left[e^{x+3}\cdot(x-2)\right]_0^3+2\pi\int_0^3 e^{x+3}\,dx+\pi e^6\left[\frac{1}{3}(x-2)^3\right]_0^3$$

$$=\frac{1}{2}\pi e^6-\frac{1}{2}\pi-2\pi e^6-2\pi\cdot 2e^3+2\pi\left[e^{x+3}\right]_0^3+\pi e^6\left(\frac{1}{3}+\frac{8}{3}\right)$$

$$=-\frac{3}{2}\pi e^6-\frac{1}{2}\pi-4\pi e^3+2\pi e^6-2\pi e^3+3\pi e^6$$

$$=\frac{7}{2}\pi e^6-6\pi e^3-\frac{1}{2}\pi$$

$$=\underline{\frac{\pi}{2}(7e^6-12e^3-1)}$$ //