

2010年 医学部 第2問

2 座標空間において、8点  $O(0, 0, 0)$ ,  $A(1, 0, 0)$ ,  $B(0, 1, 0)$ ,  $C(0, 0, 1)$ ,  $D(0, 1, 1)$ ,  $E(1, 0, 1)$ ,  $F(1, 1, 0)$ ,  $G(1, 1, 1)$  をとり、この8点を頂点とする立方体を  $Q$  とする。また点  $P(x, y, z)$  と正の実数  $t$  に対し、6点  $(x+t, y, z)$ ,  $(x-t, y, z)$ ,  $(x, y+t, z)$ ,  $(x, y-t, z)$ ,  $(x, y, z+t)$ ,  $(x, y, z-t)$  を頂点とする正八面体を  $\alpha_t(P)$ 、その外部の領域を  $\beta_t(P)$  で表す。ただし、立方体および正八面体は内部の領域も含むものとする。このとき以下の問いに答えよ。

- (1)  $0 < t \leq 1$  のとき、 $Q \cap \beta_t(O) \cap \beta_t(D) \cap \beta_t(E) \cap \beta_t(F)$  の体積、すなわち5個の領域  $Q$ ,  $\beta_t(O)$ ,  $\beta_t(D)$ ,  $\beta_t(E)$ ,  $\beta_t(F)$  の共通部分の体積を  $t$  で表せ。
- (2)  $Q \cap \alpha_1(O) \cap \beta_1(A) \cap \beta_1(B) \cap \beta_1(C)$  の体積を求めよ。
- (3)  $0 < t \leq 1$  のとき、

$$Q \cap \beta_t(O) \cap \beta_t(A) \cap \beta_t(B) \cap \beta_t(C) \cap \beta_t(D) \cap \beta_t(E) \cap \beta_t(F) \cap \beta_t(G)$$

の体積を  $t$  で表せ。