

2015年文系第4問


 数理  
石井K

4 自然数  $n$  に対し、次の問いに答えよ。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$ 、 $\log_{10} 3 = 0.4771$  とする。

(1)  $9^n$  が  $n$  桁の整数となる最大の  $n$  を求めよ。

(2)  $1.2^n \geq 10000$  を満たす最小の  $n$  を求めよ。

$$(1) 9^n \text{ が } n \text{ 桁の整数} \Leftrightarrow 10^{n-1} \leq 9^n < 10^n$$

$$\Leftrightarrow n-1 \leq n \log_{10} 9 < n$$

$$\Leftrightarrow n-1 \leq 2n \log_{10} 3 < n$$

$$\Leftrightarrow 1 - \frac{1}{n} \leq 2 \log_{10} 3 < 1$$

$$2 \log_{10} 3 = 0.9542 \text{ より, } \frac{1}{n} \geq 0.0458$$

$$\therefore n \leq \frac{1}{0.0458} \doteq 21.83$$

$$\therefore \text{最大の } n \text{ は, } \underline{n = 21}$$

$$(2) 1.2^n \geq 10^4 \Leftrightarrow \left(\frac{12}{10}\right)^n \geq 10^4$$

$$\Leftrightarrow n \log_{10} \frac{12}{10} \geq 4$$

$$\Leftrightarrow n (2 \log_{10} 2 + \log_{10} 3 - 1) \geq 4$$

$$\Leftrightarrow 0.0791 n \geq 4$$

$$\Leftrightarrow n \geq \frac{4}{0.0791} \doteq 50.57$$

$$\therefore \text{最小の } n \text{ は, } \underline{n = 51}$$