

2015年医学部第2問

2 n を正の整数とする. $2n\pi \leq x \leq (2n+1)\pi$ の範囲で関数 $f(x) = x \sin x$ を考える. 関数 $f(x)$ が極大値をとる x を a_n とし, 曲線 $y = f(x)$ の変曲点を $(b_n, f(b_n))$ とする. 次の問いに答えよ.

- (1) a_n と b_n はそれぞれ唯1つあって, $2n\pi < b_n < 2n\pi + \frac{\pi}{2} < a_n < (2n+1)\pi$ を満たすことを示せ.
 (2) 以下の極限を求めよ.

$$(1) \lim_{n \rightarrow \infty} (a_n - 2n\pi) \quad (2) \lim_{n \rightarrow \infty} (b_n - 2n\pi) \quad (3) \lim_{n \rightarrow \infty} f(b_n)$$

- (3) 曲線 $y = f(x)$ ($2n\pi \leq x \leq (2n+1)\pi$) と x 軸とで囲まれた図形を, 3つの直線 $x = b_n$, $x = 2n\pi + \frac{\pi}{2}$, $x = a_n$ によって4つの部分に分ける. その面積を左から順に S_1, S_2, S_3, S_4 とするとき, $(S_3 + S_4) - (S_1 + S_2)$ の値を求めよ.

- (4) 以下の極限を求めよ.

$$(1) \lim_{n \rightarrow \infty} S_1 \quad (2) \lim_{n \rightarrow \infty} S_3 \quad (3) \lim_{n \rightarrow \infty} (S_4 - S_2)$$