茨城大学

2011 年 理学部 第 1 問

$\boxed{1}$ $f(x) = e^{-x^2}$ $(x \geqq 0)$ とする．以下の各問に答えよ．

(1) $x \geqq 0$ に対して，不等式 $e^x > x$ および $e^x > \dfrac{x^2}{2}$ が成り立つことを示せ．

(2) $\displaystyle\lim_{x \to \infty} \frac{\log x}{x} = 0$ および $\displaystyle\lim_{t \to +0} t \log \frac{1}{t} = 0$ を示せ．

(3) $f(x)$ は減少関数であることを示せ．また，$y = f(x)$ の逆関数 $x = g(y)$ を求めよ．

(4) a を $0 < a < 1$ を満たす実数とする．y 軸，$y = f(x)$ のグラフおよび直線 $y = a$ で囲まれた図形を y 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積 $V(a)$ を求めよ．

(5) (4) で求めた $V(a)$ に対し $\displaystyle\lim_{a \to +0} V(a)$ を求めよ．