



2011年理学部第1問

1  $f(x) = e^{-x^2}$  ( $x \geq 0$ ) とする。以下の各問に答えよ。

- (1)  $x \geq 0$  に対して、不等式  $e^x > x$  および  $e^x > \frac{x^2}{2}$  が成り立つことを示せ。
- (2)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log x}{x} = 0$  および  $\lim_{t \rightarrow +0} t \log \frac{1}{t} = 0$  を示せ。
- (3)  $f(x)$  は減少関数であることを示せ。また、 $y = f(x)$  の逆関数  $x = g(y)$  を求めよ。
- (4)  $a$  を  $0 < a < 1$  を満たす実数とする。 $y$  軸、 $y = f(x)$  のグラフおよび直線  $y = a$  で囲まれた図形を  $y$  軸のまわりに1回転してできる回転体の体積  $V(a)$  を求めよ。
- (5) (4) で求めた  $V(a)$  に対し  $\lim_{a \rightarrow +0} V(a)$  を求めよ。