

2016年 理学部 第5問

5 複素数平面上の異なる3点 $A(\alpha)$, $P(i)$, $Q(z)$ に対して, 点 $R(w)$ を

$$w = \frac{\alpha - i}{\bar{\alpha} + i} \bar{z} + \frac{\alpha + \bar{\alpha}}{\bar{\alpha} + i} i$$

により定める. ただし, 3点 $A(\alpha)$, $P(i)$, $Q(z)$ は同一直線上にない. このとき, 次の問いに答えよ.

(1) $\left| \frac{w - i}{z - i} \right|$ を求めよ.

(2) $\frac{z - w}{\alpha - i}$ の偏角 θ を求めよ. ただし, $0 \leq \theta < 2\pi$ とする.

(3) $\alpha = \sqrt{3} + 2i$ とする. $\triangle PQR$ が点 A を重心とする正三角形となるとき, z の値を求めよ.