

2015年一般Ⅲ期第7問

 数理
石井K

 7 a, b が実数であるとする. 次の2つの2次方程式

$$x^2 + ax + b = 0, \quad ax^2 + bx + 1 = 0$$

が, 共通の虚数解をもつとき, その解は

$$\frac{-\boxed{\text{ネ}} \pm \sqrt{\boxed{\text{ノ}}}\,i}{2}$$

となる.

 共通の虚数解を d とおくと

$$d^2 + ad + b = 0 \quad \cdots \textcircled{1}$$

$$ad^2 + bd + 1 = 0 \quad \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} \text{ より, } b = -d^2 - ad$$

 $\textcircled{2}$ にこれを代入して.

$$ad^2 + d(-d^2 - ad) + 1 = 0$$

$$\therefore d^3 - 1 = 0$$

$$(d-1)(d^2 + d + 1) = 0$$

 d は虚数であるから $d \neq 1$

$$\therefore d^2 + d + 1 = 0$$

$$\therefore d = \frac{-1 \pm \sqrt{3}\,i}{2} \text{ ,,}$$