



2012年第4問

4 次の問題は、生命科学部生命機能学科植物医科学専修を志望する受験生のみ解答せよ。 t を正の定数とする。曲線 $y = x^3 - x$ を C 、 C 上の点 $P(t, t^3 - t)$ における接線を l とする。 l の方程式は

$$y = (\text{ア} t^2 - \text{イ})x - \text{ウ} t^3$$

である。 C と l の、 P 以外の共有点を Q とすると、 Q の x 座標は $\text{エオ} t$ である。 Q における C の接線を m とすると、 m の方程式は

$$y = (\text{カキ} t^2 - \text{イ})x + \text{クケ} t^3$$

である。 C と m の、 Q 以外の共有点を R とすると、 R の x 座標は $\text{コ} t$ であり、

$$\vec{QP} \cdot \vec{QR} = 18(\text{サシ} t^6 - \text{スセ} t^4 + \text{ソ} t^2)$$

となる。ここで、

$$f(t) = \frac{\vec{QP} \cdot \vec{QR}}{18t^6}$$

とおくと、 $t = \frac{\text{タ} \sqrt{\text{チツ}}}{\text{チツ}}$ のとき、 $f(t)$ は最小値 $\frac{\text{テト}}{\text{ナ}}$ をとる。