



2012年 第6問

6 次の問題は、デザイン工学部建築学科、理工学部電気電子工学科・経営システム工学科・創生科学科、生命科学部環境応用化学科のいずれかを志望する受験生のみ解答せよ。

$$f(x) = \frac{x}{x^2 + 4} \quad (x > 0)$$

とし、曲線  $y = f(x)$  を  $C$  とする。

(1)  $f'(x) = \frac{\text{ア}}{\text{イ}}$ ,  $f''(x) = \frac{\text{ウ}}{\text{エ}}$  であり、 $f(x)$  は  $x = \text{オ}$  において最大値をとる。

ただし、 $\text{ア} \sim \text{エ}$  については、以下の ㊗ $\sim$ ㊙ からそれぞれ1つを選べ。ここで、同じものを何回選んでもよい。

- |                |                 |                 |                 |
|----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| ㊗ $x^2 + 4$    | ㊘ $(x^2 + 4)^2$ | ㊙ $(x^2 + 4)^3$ | ㊚ $(x^2 + 4)^4$ |
| ㊛ $-x^2 - 4$   | ㊜ $-2x^2$       | ㊝ $4 - x^2$     | ㊞ $2x^3 - 24x$  |
| ㊟ $2x^3 - 36x$ | ㊠ $4x^3 - 24x$  | ㊡ $4x^3 - 36x$  |                 |

(2)  $C$  と  $x$  軸、および直線  $x = \text{オ}$  で囲まれた部分の面積を  $S$  とおくと、 $S = \frac{\text{カ}}{\text{キ}} \log \text{ク}$  で

ある。ただし、対数は自然対数とする。

次に、数列  $\{a_n\}$  は、 $a_1 = \text{オ}$  であり、

$$a_1 < a_2 < \dots < a_n < a_{n+1} < \dots$$

を満たし、 $C$  と  $x$  軸、および2直線  $x = a_n$ ,  $x = a_{n+1}$  で囲まれた部分の面積が  $S$  であるとする。 $\{a_n\}$  は漸化式

$$a_{n+1} + \text{コ} = \text{サ} (a_n^{\text{ケ}} + \text{コ})$$

を満たすから、

$$a_n = \text{シ} \sqrt{\text{サ} \text{ス} - 1}$$

となる。

ただし、 $\text{ス}$  については、以下の ㊗ $\sim$ ㊟ から1つを選べ。

- |           |           |           |           |       |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-------|
| ㊗ $n - 4$ | ㊘ $n - 3$ | ㊙ $n - 2$ | ㊚ $n - 1$ | ㊛ $n$ |
| ㊜ $n + 1$ | ㊝ $n + 2$ | ㊞ $n + 3$ | ㊟ $n + 4$ |       |

ここで、 $a_n > 2^{10}$  を満たす最小の  $n$  の値は  $\text{セソ}$  である。