0001721188728999

北星学園大学

2010年 経済学部 第1問

数理 石井K

$\boxed{1}$ 放物線 $y = x^2 + 2ax + c$ の頂点が，原点を通る傾き -1 の直線上にある．以下の問に答えよ．

(1) 放物線の y 軸との交点の y 座標の最小値を求めよ．

(2) (1)において，x 軸との交点があればその座標を求めよ．交点のないときは「なし」と書け．

(1) $y = (x+a)^2 - a^2 + c$　　$\therefore$ 頂点は $(-a, -a^2+c)$

これが $y=-x$ 上にあるので，　$-a^2 + c = a$

$\therefore\ c = a^2 + a$

$= (a+\frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4}$

$\therefore$ 最小値 $-\frac{1}{4}$ ($a = -\frac{1}{2}$ のとき) //

(2) $x^2 + 2ax + c = x^2 + 2ax + a^2 + a$

$= (x+a)^2 + a$

$\therefore\ (x+a)^2 = -a$ を解く

(i) $a<0$ のとき．

$x + a = \pm\sqrt{-a}$　　$\therefore\ x = -a \pm \sqrt{-a}$

$\therefore$ x 軸との交点は $(-a \pm \sqrt{-a}, 0)$

(ii) $a=0$ のとき．　$x=0$　$\therefore$ 交点は $(0, 0)$

(iii) $a>0$ のとき　なし

(i)〜(iii)より

$$x\text{軸との交点は}\begin{cases}(-a\pm\sqrt{-a},\ 0) & (a<0\text{ のとき})\\(0,\ 0) & (a=0\text{ のとき})\\\text{「なし」} & (a>0\text{ のとき})\end{cases}$$

— //