2015年 薬学部 第3問

数理 石井K

$\boxed{3}$ $\sin\theta - \cos\theta = \frac{1}{3}$ $\left(0 < \theta < \frac{3}{4}\pi\right)$ であるとする．

(1) $\sin\theta\cos\theta$ の値は $\frac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ である．　4　9

(2) $\sin^3\theta - \cos^3\theta = \frac{\boxed{ウエ}}{\boxed{オカ}}$，$\sin^3\theta + \cos^3\theta = \frac{\boxed{キ}\sqrt{\boxed{クケ}}}{\boxed{コサ}}$ である．　13　27　5　17　27

(3) $\tan\theta = \frac{\boxed{シ} + \sqrt{\boxed{スセ}}}{\boxed{ソ}}$ である．　9　17　8

(1) $\sin\theta - \cos\theta = \frac{1}{3}$ の両辺を2乗して　$1 - 2\sin\theta\cos\theta = \frac{1}{9}$

$\therefore$ $\sin\theta\cos\theta = \frac{4}{9}$ //

(2) $\sin^3\theta - \cos^3\theta = (\sin\theta - \cos\theta)(\sin^2\theta + \sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta)$

$= \frac{1}{3}\cdot\left(1 + \frac{4}{9}\right)$

$= \frac{13}{27}$ //

$(\sin\theta + \cos\theta)^2 = 1 + 2\sin\theta\cos\theta = \frac{17}{9}$

ここで，$\sin\theta + \cos\theta = \sqrt{2}\sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) > 0$ より．　$\sin\theta + \cos\theta = \frac{\sqrt{17}}{3}$

$\frac{\pi}{4} < \theta + \frac{\pi}{4} < \pi$

$\therefore$ $\sin^3\theta + \cos^3\theta = (\sin\theta + \cos\theta)(\sin^2\theta - \sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta)$

$= \frac{\sqrt{17}}{3}\cdot\left(1 - \frac{4}{9}\right)$

$= \frac{5\sqrt{17}}{27}$ //

(3) $\sin\theta - \cos\theta = \frac{1}{3}$ と $\sin\theta + \cos\theta = \frac{\sqrt{17}}{3}$ より．　$\sin\theta = \frac{1+\sqrt{17}}{6}$，$\cos\theta = \frac{-1+\sqrt{17}}{6}$

$\therefore$ $\tan\theta = \dfrac{\frac{\sqrt{17}+1}{6}}{\frac{\sqrt{17}-1}{6}} = \frac{(\sqrt{17}+1)^2}{(\sqrt{17}-1)(\sqrt{17}+1)} = \frac{18+2\sqrt{17}}{16} = \frac{9+\sqrt{17}}{8}$ //