0001802907918999

北海道薬科大学

2014年 薬学部 第4問

数理 石井K

$\boxed{4}$ 3次関数 $f(x) = x^3 - 3x^2 - 3ax$（a は実数）が $x = \alpha$ で極大値，$x = \beta$ で極小値（α, β は実数）をとるとき，次の設問に答えよ．

−1

(1) a の値の範囲は $a > \boxed{アイ}$ である．

(2) $\alpha - \beta = \boxed{ウエ}\sqrt{a + \boxed{オ}}$ である．

−2　1　−3

(3) $f(x)$ の極大値と極小値の差が $\dfrac{1}{2}$ のとき，a の値は $\dfrac{\boxed{カキ}}{\boxed{ク}}$ である．

4

(1) $f'(x) = 3x^2 - 6x - 3a$

$= 3(x^2 - 2x - a)$

$\therefore f'(x) = 0$ をみたす異なる2つの実数解 x が存在するためには．

$x^2 - 2x - a = 0$ の判別式を D とおくと

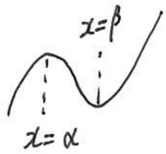
$D/4 = 1 + a > 0$　$\therefore \underline{a > -1}$ //

(2) $x^2 - 2x - a = 0$ の解 α, β は

$\alpha + \beta = 2$，$\alpha\beta = -a$ をみたすので，

$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$

$= 4 + 4a$



グラフの形から．$\beta > \alpha$

$\therefore \alpha - \beta < 0$ より　$\underline{\alpha - \beta = -2\sqrt{a+1}}$ //

(3) $f(\alpha) - f(\beta) = -\left[f(x)\right]_\alpha^\beta$

$= -\int_\alpha^\beta f'(x)\,dx$

$= -\int_\alpha^\beta 3(x-\alpha)(x-\beta)\,dx$

$= \frac{1}{2}(\beta - \alpha)^3$

$\therefore \beta - \alpha = 1$　$\therefore \alpha - \beta = -1$

(2) より．

$-2\sqrt{a+1} = -1$

$\therefore \sqrt{a+1} = \frac{1}{2}$

$\therefore a + 1 = \frac{1}{4}$

$\therefore \underline{a = -\frac{3}{4}}$ //