

2014年工学部第5問

数理
石井K

5 n は整数の定数とし、 $P(x) = x(x+1)(x+5)$ とする。次の問いに答えよ。

- (1) x についての3次方程式 $P(x) = P(1)$ を解け。
 (2) x についての3次方程式 $P(x) = P(n)$ が異なる3つの実数解をもつとき、 n の値を求めよ。

$$(1) \underline{P(x) - P(1)} = x(x+1)(x+5) - 12$$

$$P(x) - P(1) = 0 = x^3 + 6x^2 + 5x - 12$$

の1つの解は $x=1$

$$= (x-1)(x+3)(x+4)$$

$$\therefore x = 1, -3, -4$$

$$\begin{array}{r}
 x^2 + 7x + 12 \\
 x-1 \overline{) x^3 + 6x^2 + 5x - 12} \\
 \underline{x^3 - x^2} \\
 7x^2 + 5x \\
 \underline{7x^2 - 7x} \\
 12x - 12 \\
 \underline{12x - 12} \\
 0
 \end{array}$$

$$(2) P(x) - P(n) = x^3 + 6x^2 + 5x - n^3 - 6n^2 - 5n$$

$$= (x-n)(x^2 + xn + n^2) + 6(x+n)(x-n) + 5(x-n)$$

$$= (x-n) \{ x^2 + nx + n^2 + 6x + 6n + 5 \}$$

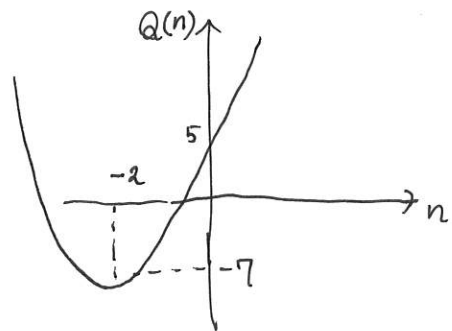
$$= (x-n) \{ x^2 + (n+6)x + n^2 + 6n + 5 \}$$

$\therefore Q(x) = x^2 + (n+6)x + n^2 + 6n + 5$ とおくと。

$$Q(n) = 3n^2 + 12n + 5$$

$$\begin{aligned}
 \therefore Q(n) = 0 \text{ と字子の\#} \quad n &= \frac{-12 \pm \sqrt{144 - 4 \cdot 3 \cdot 5}}{6} \\
 &= \frac{-6 \pm \sqrt{21}}{3}
 \end{aligned}$$

$\therefore n$: 整数より不適。



$\therefore Q(x) = 0$ は $x=n$ を解に持たない。

$$\therefore \text{判別式 } D = (n+6)^2 - 4(n^2 + 6n + 5) > 0 \text{ とおればよい}$$

$$\therefore -2 - \frac{2}{3}\sqrt{21} < n < -2 + \frac{2}{3}\sqrt{21}$$

これをみたすのは $n = -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1$