

2012年3科型第1問

1 $a = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$, $b = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$ のとき $a + b = \boxed{1}$ であり, $a^2 + b^2 = \boxed{2}$ である.



$$a = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} \quad (\text{有理化する})$$

$$= \frac{(\sqrt{5} + \sqrt{3})^2}{5 - 3}$$

$$= \frac{8 + 2\sqrt{15}}{2}$$

$$= 4 + \sqrt{15}$$

同様にして, $b = 4 - \sqrt{15}$

$$\therefore \underline{a + b = 8} //$$

$$\begin{aligned} \text{また, } ab &= (4 + \sqrt{15})(4 - \sqrt{15}) \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore a^2 + b^2 &= (a + b)^2 - 2ab \\ &= 8^2 - 2 \cdot 1 \\ &= \underline{62} // \end{aligned}$$

ポイント

$a^2 + b^2$ は対称式なので

基本対称式 $a + b$ と ab を

用いて表せる

$$a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$$

参考:

$a^3 + b^3$ も対称式なので

$$a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b) \text{ と表せる}$$