

2015年 総合政策学部 第3問

3 道路によって4つの区画に区分されている次ページの地形の町を考える。図の各線分は道路を表す。各区画は道路に囲まれた辺の長さが1kmの正方形である。Kさんは(0, 0)から、Oさんは(2, 2)からそれぞれ出発して、道路を移動する。KさんもOさんも1km移動するには $\frac{1}{4}$ 時間かかる。KさんとOさんは、同時に出発し、初めて出会った地点で移動を停止する。ただし、KさんとOさんはつぎのルールにしたがって移動する。

• Kさんの移動ルール：

Kさんは(0, 0)から出発し(2, 2)に向かって北または東に移動する(両方向に移動できる場合、いずれかの方向を $\frac{1}{2}$ の確率で選択する)。Oさんに出会う前に(2, 2)に到達したら、(2, 2)から再出発し(0, 0)に向かって南または西に移動する。これをOさんに出会うまで繰り返す。

• Oさんの移動ルール：

Oさんは(2, 2)から出発し(0, 0)に向かって南または西に移動する(両方向に移動できる場合、いずれかの方向を $\frac{1}{2}$ の確率で選択する)。Kさんに出会う前に(0, 0)に到達したら、(0, 0)から再出発し(2, 2)に向かって北または東に移動する。これをKさんに出会うまで繰り返す。

(1) 出発して $t$ 時間後の時点を時刻 $t$ とよぶ。KさんとOさんが時刻 $\frac{1}{2}$ に出会うことができる地点は、(0, 2), (2, 0), (1, 1)であり、それらの地点で初めて出会う確率は順に

$$\frac{\boxed{29}}{\boxed{30} \mid \boxed{31}}, \quad \frac{\boxed{32}}{\boxed{33} \mid \boxed{34}}, \quad \frac{\boxed{35}}{\boxed{36} \mid \boxed{37}}$$

である。

(2) KさんとOさんが出会うことができる時刻は $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \dots$ であり、それらの時刻で初めて出会う確率は、順に

$$\frac{3}{8}, \quad \frac{\boxed{38} \mid \boxed{39}}{64}, \quad \frac{\boxed{40} \mid \boxed{41}}{\boxed{42} \mid \boxed{43} \mid \boxed{44}}, \quad \dots$$

である。

(3) 時刻2までに出会えない場合、出会うことをあきらめ、両者とも時刻2で移動を停止するとしよう。このとき、両者が移動を停止するまでにかかる時間の期待値は

$$\frac{\boxed{45} \mid \boxed{46} \mid \boxed{47}}{\boxed{48} \mid \boxed{49} \mid \boxed{50}}$$

となる。

(4) 時刻2を過ぎてもあきらめずに移動し続けるとしよう。時刻12まで移動を続けても、両者が出会えない確率は

$$\left( \frac{\boxed{51}}{\boxed{52}} \right)^{12}$$

となる。