



2014年工・情報学部第2問

2 次の [ノ] から [レ] までの [] にあてはまる0から9までの数字を記入せよ。

(1) $A(-1, -2)$, $B(3, 4)$ とする。 $\triangle ABC$ が $\angle C = 90^\circ$ の直角三角形のとき、点 C は円 $x^2 + y^2 - \overset{2}{\text{ノ}}x - \overset{2}{\text{ハ}}y - \overset{2}{\text{ヒ}}\overset{2}{\text{フ}} = 0$ 上にある。さらに $\triangle ABC$ の面積が最大となる点 C の座標は $(\overset{4}{\text{ヘ}}, -\overset{1}{\text{ホ}})$ または $(-\overset{2}{\text{マ}}, \overset{3}{\text{ミ}})$ である。 //

(2) $\sin x = t$ とおくと、 $2\sin 2x \cos x - (8 + 3\cos 2x)\sin x - 2 = \overset{2}{\text{ム}}t^3 - \overset{7}{\text{ヌ}}t - \overset{2}{\text{ヘ}} = (t - \overset{2}{\text{ヤ}})(\overset{2}{\text{ユ}}t^2 + \overset{4}{\text{ヨ}}t + \overset{1}{\text{ラ}})$ である。

$2\sin 2x \cos x - (8 + 3\cos 2x)\sin x - 2 = 0$ のとき、 $\sin x = \frac{-\overset{2}{\text{リ}} + \sqrt{\overset{2}{\text{ル}}}}{\overset{2}{\text{レ}}}$ である。

(1) 点 C は AB を直径とする円上にあるとき、 $\angle C = 90^\circ$ の直角三角形 ABC ができる。

$\therefore AB = \sqrt{(3+1)^2 + (4+2)^2} = 2\sqrt{13}$ \therefore 半径は $\sqrt{13}$ 円の中心は線分 AB の中点より。

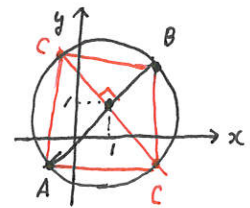
中心 $(1, 1)$ \therefore 円 $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 13 \iff x^2 + y^2 - 2x - 2y - 11 = 0$ //

中心 $(1, 1)$ を通り、 AB に垂直な直線は

$$y = -\frac{2}{3}(x-1) + 1 \quad \therefore y = -\frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$$

これと円との交点、を C にとれば面積は最大となる。

$$\therefore (x-1)^2 + \left(-\frac{2}{3}x + \frac{5}{3}\right)^2 = 13 \quad \therefore \underline{(-2, 3), (4, -1)} //$$



(2) $2\sin 2x \cos x - (8 + 3\cos 2x)\sin x - 2 = 4\sin x(1 - \sin^2 x) - (11 - 6\sin^2 x)\sin x - 2$

$$= 4t(1 - t^2) - (11 - 6t^2)t - 2$$

$$= \underline{2t^3 - 7t - 2} //$$

$$= \underline{(t-2)(2t^2 + 4t + 1)} //$$

$$\therefore (\text{左辺}) = 0 \text{ とするのは、 } t = 2, \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 4 \cdot 2}}{4} = \frac{-2 \pm \sqrt{2}}{2}$$

$$\text{これらの中で、 } -1 \leq \sin x = t \leq 1 \text{ をみたすのは、 } t = \frac{-2 + \sqrt{2}}{2}$$

$$\text{よって } x = \underline{\frac{-2 + \sqrt{2}}{2}} //$$