

2013年工学部第3問

3  $x \geq 0$  とする. 関数  $f(x) = e^{-2x^3}$ ,  $g(x) = xe^{-x^3}$  について, 次の問いに答えよ. ただし,  $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = 0$  は証明なしに用いてよい.

- (1) 導関数  $f'(x)$  を求めよ.
- (2)  $y = g(x)$  の増減, 極値および変曲点を調べて, そのグラフの概形をかけ.
- (3)  $a \geq 0$  とし, 曲線  $y = g(x)$  と  $x$  軸および2直線  $x = a$ ,  $x = a + 1$  で囲まれた部分を,  $x$  軸の周りに1回転させてできる立体の体積を  $V(a)$  とする. このとき, 極限值  $\lim_{a \rightarrow \infty} e^{2a^3} V(a)$  を求めよ.