

2013年理系第3問

3 原点を O とする座標平面で、関数 $y = \sqrt{x^2 - 1}$ ($x \geq 1$) のグラフを C とする。また、 $t > 1$ を満たす実数 t に対し、直線 $x + y = t$ と C との交点を P 、直線 $x + y = t$ と x 軸との交点を Q とする。以下の問いに答えなさい。

- (1) 線分 PQ の長さ $f(t)$ を求めなさい。
- (2) 次の極限值を求めなさい。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f\left(1 + \frac{k(t-1)}{n}\right) \frac{t-1}{\sqrt{2n}}$$

- (3) 線分 OP 、 x 軸および C で囲まれる図形の面積を S とする。 S を用いて点 P の座標を表しなさい。