

2013年理系第1問

1 p, q は実数で, $p \neq 0$ を満たすものとする.

$$A = \begin{pmatrix} p & p-1 \\ -p & 1-p \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1-p & 1-p \\ p & p \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} q & q \\ p & p \end{pmatrix}$$

とおく. 次の問いに答えよ.

- (1) $A^2 = A, B^2 = B$ が成り立つことを示せ.
- (2) $AC = CA$ であるための必要十分条件は, $q = 1 - p$, すなわち $C = B$ であることを示せ.
- (3) x, y を実数, n を自然数とすると, $(xA + yB)^n = x^n A + y^n B$ が成り立つことを示せ.